

Modena, 7 Maggio 2019

# **Didattica inclusiva della matematica per studenti con DSA (e non solo)**

**GUIDO DELL'ACQUA**

Direzione Generale per lo studente, l'integrazione e la partecipazione  
Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca

### 5 anni e mezzo

**Luigi:** “Io i numeri li so più che bene, benissimo, meglio delle lettere, li so da prima delle lettere che ero piccolo piccolo”.

**Francesca:** “Io con i numeri ci gioco. Io ti dico 1 e tu mi dici 2 e così via. A giocare a campana sono bravissima”.

### 10 anni

**Luigi:** “Io a scuola sono un campione. La matematica mi piace più della maestra. Mi viene facile e tutti dicono: che bravo Luigi! Anche mia mamma lo racconta a tutti”.

**Francesca:** “A scuola la matematica è alti e bassi. Un po’ più di bassi. Per il resto sono bravetta. Con i problemi alla lavagna divento tutta rossa e mi si sconfusione la mente”.

### 13 anni

**Luigi:** “Guarda, sono bravo sul serio. Non c’è che dire mi fa sentire bene perché per me è facile, più facile che il resto”.

**Francesca:** “Aiuto, è un disastro. Mi iscrivo alle magistrali, speriamo bene”.

### 17 anni

**Luigi:** Sto studiando Galileo e mi capita che davvero io vedo il mondo in termini di triangoli e quadrati. Solo che quando lo dico agli altri, soprattutto le mie compagne, si stufano”.

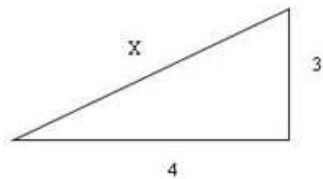
**Francesca:** “Non ne posso più. Via da me. Mi iscrivo a lingue così sono sicura di liberamene per sempre”.

## ARMA DEI CARABINIERI

Concorso per l' ammissione a ruolo nel grado di Maresciallo.

### Problema Nr. 1

In base ai dati riportati in figura, trovare X.

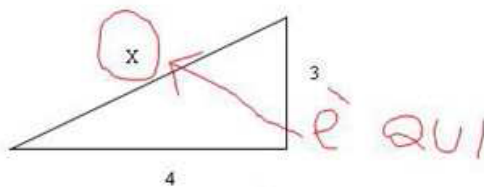


## ARMA DEI CARABINIERI

Concorso per l' ammissione a ruolo nel grado di Maresciallo.

### Problema Nr. 1

In base ai dati riportati in figura, trovare X.



# COSA E' L'INTELLIGENZA NUMERICA?

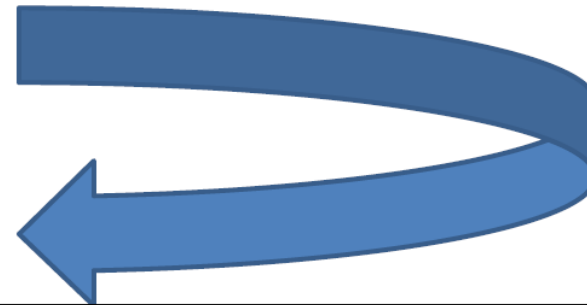
E' una delle funzioni dell'INTELLIGERE.

Dall'enciclopedia dantesca Treccani: Latinismo con valore di " intendere ", " concepire ", " comprendere ", usato una sola volta, in Cv IV VII 11, dov'è detto che ' vivere ' per l'uomo può essere definito come vegetare, sentire, muovere e ragionare, o vero intelligere.

- Flusso dell'Intelligere



- Da Fuori a Dentro
- Da Dentro a Dentro
- Da Dentro a Fuori



- Consiste nell'intelligere attraverso la quantità – ovvero cognizionare, capire, ragionare, attraverso il complesso sistema cognitivo dei numeri e delle quantità
- E' innata - non solo nella nostra specie
- Sta alla base di molteplici fenomeni di diversa complessità (es: plurale, singolare)
- Neonati e bambini di pochi mesi risultano già in grado di percepire la numerosità di un insieme visivo di oggetti senza saper contare (distinzione di quantità: 1 diverso da tanti)
- Sulla base di questa capacità innata i bambini si costruiscono delle aspettative aritmetiche basate sul concetto di numerosità
- Come afferma Butterworth (1999): «la natura fornisce un nucleo di capacità per classificare piccoli insiemi di oggetti nei termini delle loro numerosità [...] per capacità più avanzate abbiamo bisogno dell'istruzione, ossia di acquisire gli strumenti concettuali forniti dalla cultura in cui viviamo»

Quindi il sistema d'istruzione, ossia la SCUOLA, ha il compito di lavorare nella zona di sviluppo prossimale ( Vygotskij, 1934), ovvero di agire sulla plasticità cerebrale (Butterworth, 1999) tramite l'istruzione e il conseguente potenziamento dei processi dominio specifici:

## **Meccanismi Semantici**

(regolano la comprensione della quantità)

## **Meccanismi Lessicali**

(regolano il nome del numero)

## **Meccanismi Sintattici**

(Grammatica Interna = Valore Posizionale delle Cifre)

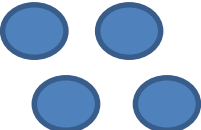
Esempio	da	U	la posizione
	1	3	cambia nome
	3	1	e semante

In base a questi meccanismi possiamo classificare gli errori:

Errori lessicali: il bambino sbaglia a pronunciare il nome del numero (es. scrive o legge 'sei' al posto di 8)

Errori sintattici: il bambino non riconosce il valore di una cifra in base alla sua collocazione nel numero. Sono coinvolti anche gli aspetti lessicali. (2 e 5 nel 25 hanno un valore diverso e rappresentano una quantità diversa che presi singolarmente e si leggono in modo diverso). Per es. ottocentoventicinque=80025

Errori semantici: il bambino non riconosce il significato del numero, ovvero la sua grandezza

Es. Card (  ) = 5

- Errore elaborazione segni operazioni

$$2 \times 5 = 7 \quad 2 + 5 = 10$$

...o possibile errore visuo-spaziale

- Errore procedure di calcolo negli algoritmi

$$\begin{array}{r} 23 \times \\ 12 = \\ \hline 26 \end{array}$$

Applicazione  
errata della regola

$$\begin{array}{r} 75 - \\ 58 = \\ \hline 27 \end{array}$$

Applicazione errata  
prestito e riporto

$75 - 6 = 71$  non applica regola della direzione



- Errori di confusione tra regole di accesso rapido

$$3*0=3$$

$$3*1=1$$

$$3+0=0$$

- Incapacità di tenere a mente risultati parziali

$$37+12$$

$$7+2=9$$

$$30+10=40$$

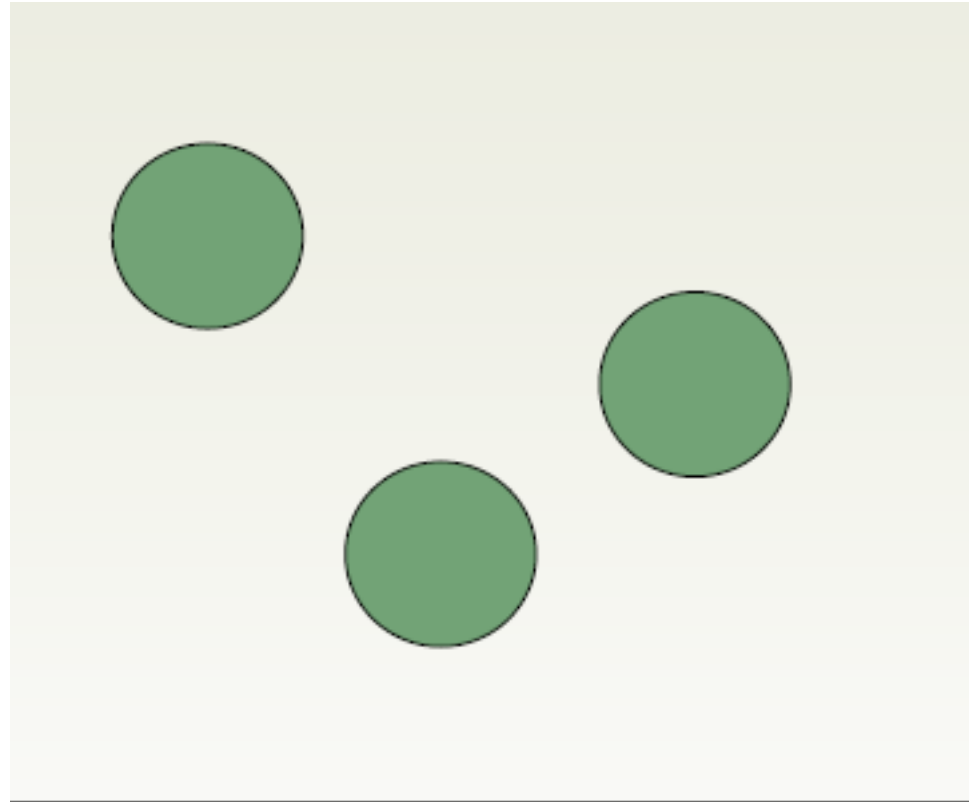
$$40+....$$

# Principali meccanismi innati:

- span numerico = 3 (subitizing)
- $n + 1$  a partire da 1
- $n - 1$
- Corrispondenza biunivoca (a ogni elemento dell'insieme che si sta contando corrisponde una e una sola parola-numero)
- Ordine stabile (parole-numero conosciute e ripetute nell'ordine esatto)
- Cardinalità (ultimo numero detto indica la cardinalità dell'insieme)
- Accesso semantico preverbale precede accesso verbale

# SUBITIZING

# SUBITIZING

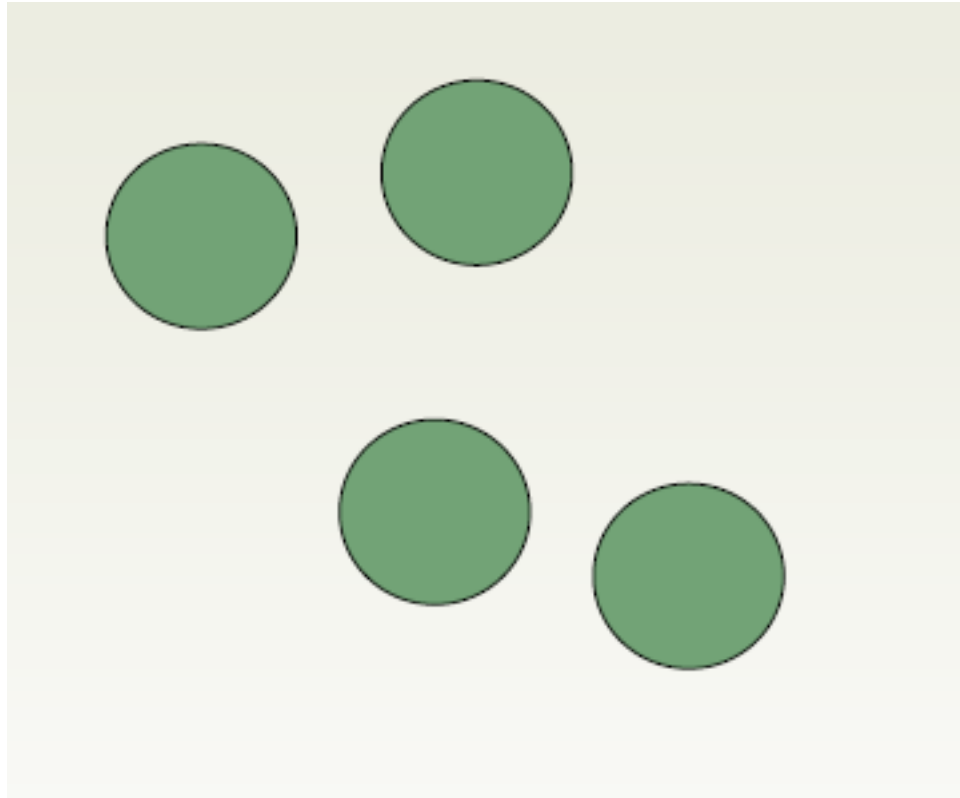


Quanti sono questi?

# SUBITIZING

Quanti sono questi?

# SUBITIZING

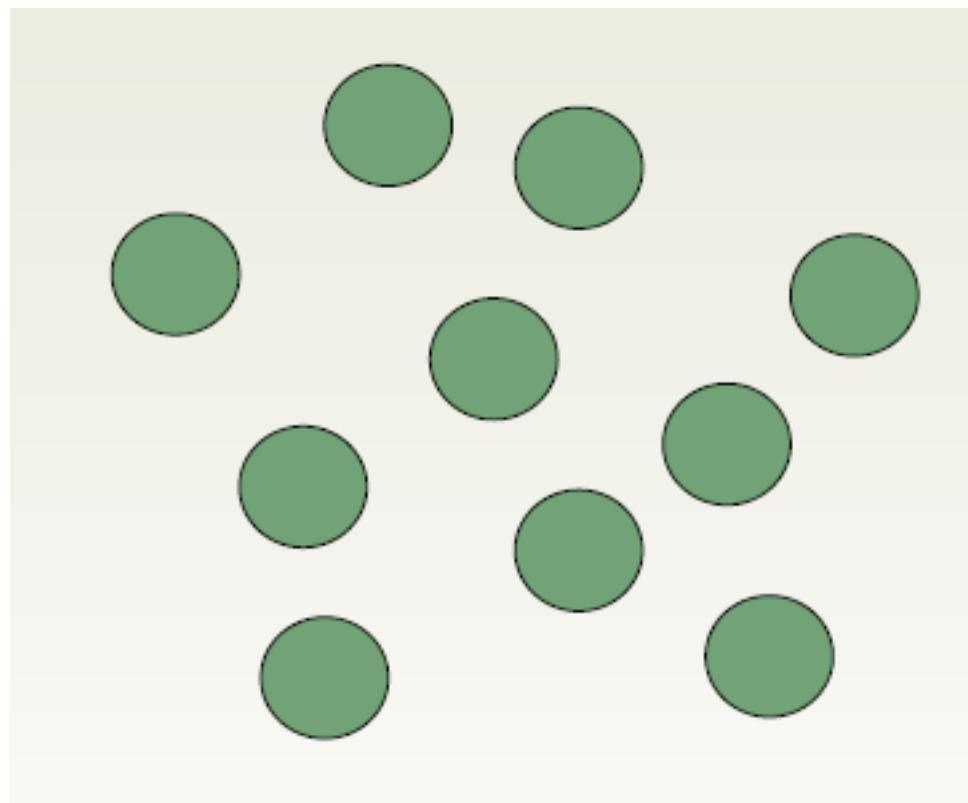


E quanti?

# SUBITIZING

E questi?

# SUBITIZING



E questi?



# SUBITIZING

E questi?

# SUBITIZING

(sono 10)

# SECONDO PIAGET *(Piaget e Szeminsdka, 1941)*

Il concetto di numerosità non viene acquisito prima dei 6-7 anni in quanto subordinato allo sviluppo delle capacità tipiche del sistema operatorio.

L'acquisizione delle prime operazioni logiche garantisce al bambino la possibilità di riconoscere come valori invarianti i rapporti spaziali di ordine topologico e metrico.

Vi sono tre stadi di sviluppo che il bambino attraversa:

1. (3-4 anni) non c'è conservazione di quantità né corrispondenza biunivoca, quindi la valutazione cardinale è completamente sottomessa all'esperienza percettiva immediata
2. (5 anni circa) pur mantenendo un certo legame con la percezione immediata il bambino comincia a formare gruppi equivalenti con corrispondenze qualitative
3. (dai 6 anni circa) il bambino ha piena capacità di coordinare i concetti di equivalenza (classe) e di relazione asimmetrica (serie)

# Tuttavia...

Studi successivi hanno rilevato una serie di limiti del modello piagetiano , soprattutto in relazione alla scansione degli stadi di sviluppo delle abilità numeriche.

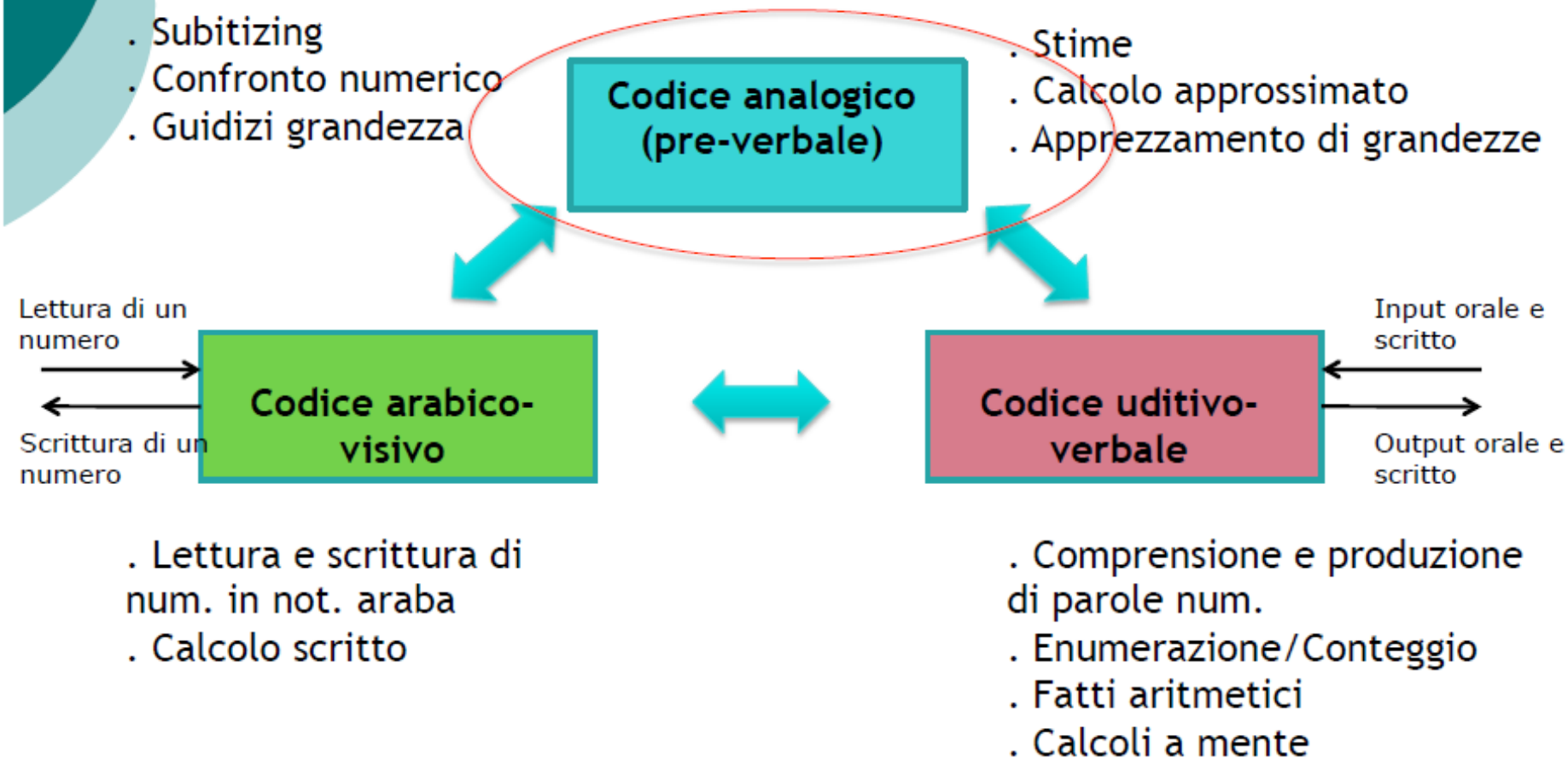
Inoltre, gli esperimenti su cui Piaget basava le sue deduzioni erano in un certo senso ‘viziati’ dalle formulazioni linguistiche dei compiti piagetiani.

Dati sperimentali hanno portato invece alcuni studiosi ad ipotizzare che l’elaborazione del numero possa essere ricondotta non solo ad operazioni di elaborazione linguistica/simbolica, ma anche a operazioni di quantificazione, cioè a operazioni cognitive mediate dall’attivazione di una rappresentazione mentale della quantità di tipo analogico, non verbale.

(Dehaene, 1992)

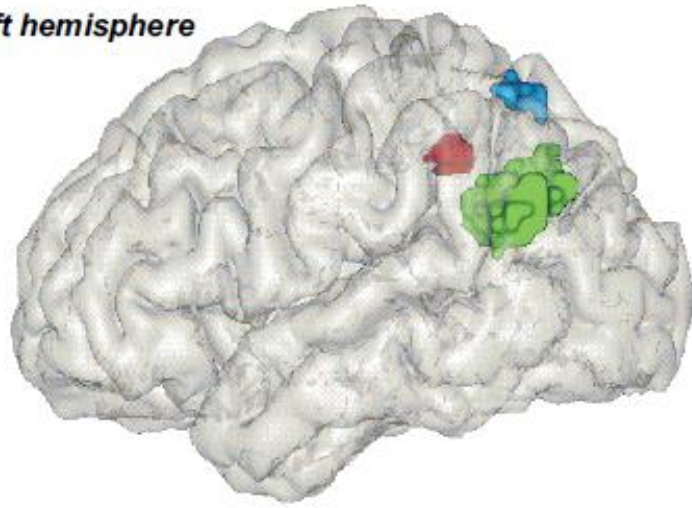
# MODELLO DEL TRIPLICE CODICE

Dehaene e Cohen, 1995

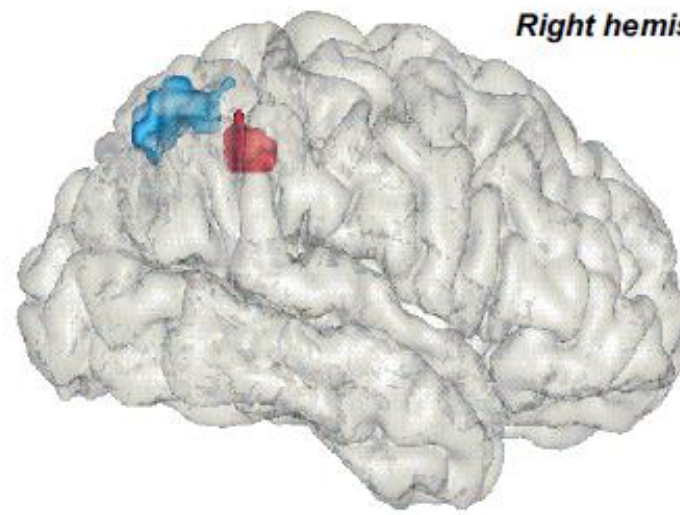


- Il codice **ARABICO-VISIVO** è coinvolto nella rappresentazione e nella manipolazione (anche spaziale) dei numeri in formato arabo e quindi nei processi di letto-scrittura. Si ipotizza che sia coinvolto nel calcolo a più cifre (in uno spazio mentale visivo su cui sono manipolati i numeri) e nel giudizio di parità. Correlato neurale: aree occipito-temporali inferiori ventrali di entrambi gli emisferi.
- Il codice **ANALOGICO** è alla base della comprensione della grandezza numerica ed è implicato in tutti i compiti che richiedono una conoscenza semantica delle quantità numeriche. Dehaene (2003) ipotizza che prenda la forma di una 'linea numerica mentale' in cui la distanza tra due numeri diminuisce con l'aumentare della grandezza in modo logaritmico (legge di Weber-Frechner). Correlato neurale: segmento orizzontale del solco intraparietale.
- Nel codice **UDITIVO-VERBALE** i numerali sono rappresentati in modo lessicale, fonologico e sintattico. Si ipotizza che sia implicato nel recupero dei fatti aritmetici imparati a memoria (tabelline ed addizioni semplici). Correlato neurale: giro angolare dell'emisfero sinistro.

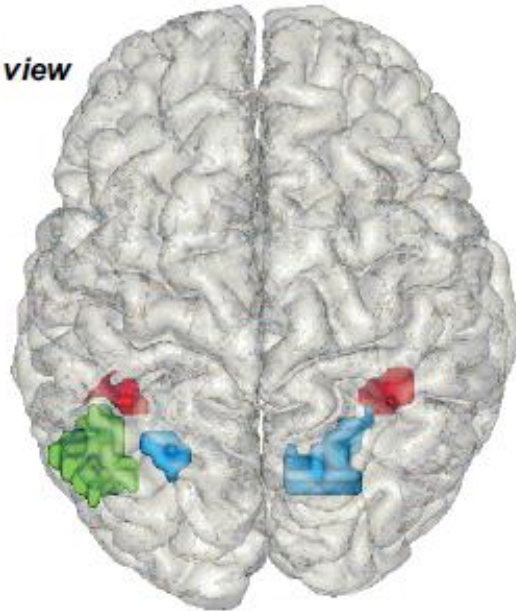
**Left hemisphere**






**Right hemisphere**



**Top view**



-  bilateral horizontal segment of intraparietal sulcus (HIPS)
-  left angular gyrus (AG)
-  bilateral posterior superior parietal lobe (PSPL)

**Figure 2.** *Three-dimensional representation of the parietal regions of interest. For better visualisation, the clusters show all parietal voxels activated in at least 40% of studies in a given group.*



**Piazza M., Pinel P., Dehaene S.**

Objective correlates of an unusual subjective experience: A single-case study of number-form synaesthesia.

*Cognitive Neuropsychology*,

23(8):1162--1173, 2006

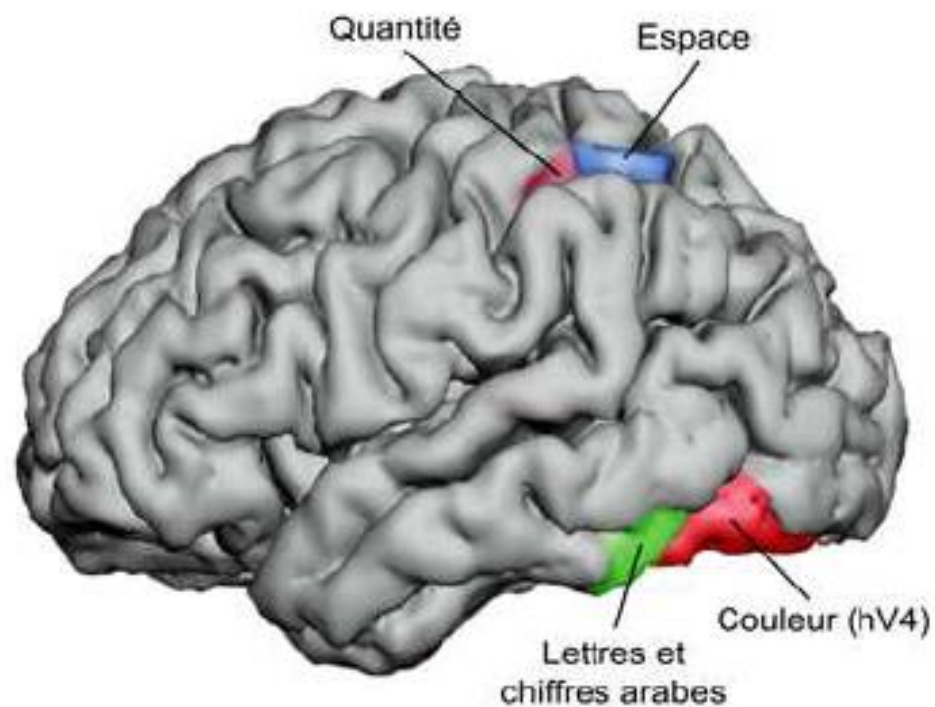
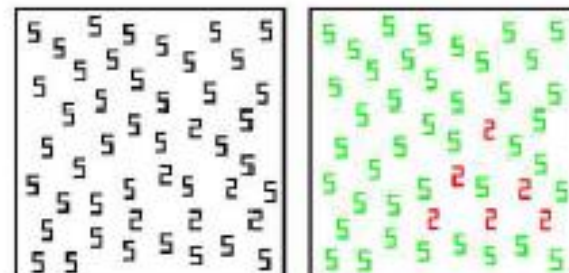
**Hubbard E.M., Arman A.C.,**

**Ramachandran V.S., Boynton G.M..**

Individual differences among grapheme-color synesthetes: Brain-behaviour correlation, *Neuron*, 45(6), 975-85, 2005

**Molko N., Wilson A., Dehaene S.**

La dyscalculie développementale, un trouble primaire de la perception des nombres, *Medicine & Enfance*, 25(3), 165-70, 2005





I dati scientifici dicono che insegnare la cognizione numerica attraverso didattiche verbali non garantisce la cognizione di pertinenza.

Da dove nascono le difficoltà?



Dall'incontro tra sistema numerico e sistema verbale

Come procedi per eseguire le operazioni scritte?

**Giorgio:**

*“Metto in colonna giusto. Poi faccio il primo numero sopra per l'ultimo numero sotto no no ho sbagliato, il primo numero sopra delle unità per il primo numero sotto, secondo numero sopra per i numeri sotto e così li consumo tutti quelli sopra.*

*Quando li ho finiti faccio la stessa cosa con il secondo numero di sotto. E così via fino a che li ho finiti. Tiro il segno quello lì di risultato e faccio l'addizione.*

*Mi pare che non ti ho detto che devo stare attento a incolonnare bene se no i numeri non vengono giusti.”*

## ESEMPI DI ERRORI INTELLIGENTI

*Scrivi centotrè: "1003"*

*Scrivi milletrecentosei: "1000306"*

*Scrivi centoventiquattro: "100204"*

*Scrivi centosette: "1007"*



$$\begin{array}{r} 34 \times \\ 2 = \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \times \\ 15 = \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \times \\ 3 = \\ \hline 621 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 322 - \\ 36 = \\ \hline 314 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 - \\ 18 = \\ \hline 106 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2377 - \\ 107 = \\ \hline 2200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 + \\ 7 = \\ \hline 322 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 327 + \\ 43 = \\ \hline 389 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{225} : 5 = 50 \\ 22 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{1206} : 4 = 31 \\ 006 \\ 2 \end{array}$$

# LA DISCALCULIA EVOLUTIVA

« ... una condizione che incide sulla capacità di acquisire abilità di calcolo. Gli studenti discalculici possono avere difficoltà a capire semplici concetti aritmetici, non possedere una comprensione intuitiva e incontrare problemi nell'apprendimento di procedure e fatti numerici. Anche se riescono a produrre una risposta corretta o a usare un metodo appropriato, è probabile che ciò avvenga solo meccanicamente, senza un'autentica padronanza.»

Department for Education and Skills (DfES), UK, 2001

## DSM IV:

- Incapacità di comprendere i concetti di base di particolari operazioni
- Mancanza di comprensione dei termini
- Mancato riconoscimento dei simboli numerici
- Difficoltà ad attuare le manipolazioni aritmetiche standard
- Difficoltà nel comprendere quali numeri sono pertinenti al problema aritmetico che si sta considerando
- Difficoltà ad allineare correttamente i numeri o a inserire decimali o simboli durante i calcoli
- Scorretta organizzazione spaziale dei calcoli
- Incapacità di apprendere in modo soddisfacente le «tabelline» della moltiplicazione

## DSM V:

«Una condizione di difficoltà nella produzione o comprensione delle quantità, dei simboli numerici o delle operazioni aritmetiche di base, non compatibili con l'età cronologica, il livello di istruzione o le abilità intellettive.

## Consensus conference (2007)

Due profili distinti di discalculia:

- (Ipovisione ai numeri)

Debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di cognizione numerica (cioè negli aspetti basali dell'intelligenza numerica o senso del numero, quali: subitizing, meccanismi di quantificazione, seriazione, comparazione, strategie di calcolo mentale)

- (Difficoltà nell'acquisizione delle procedure e degli algoritmi del calcolo)

Compromissioni a livello procedurale e di calcolo (letture, scrittura e messa in colonna dei numeri, recupero dei fatti numerici e del calcolo scritto)

# INVALSI 2011

CLASSE	ITALIANO	MATEMATICA
II primaria	69,2 %	60,3%
V primaria	73,1%	68,4%
III sec. di 1° gr.	66,4%	56,1%
II sec. di 2° gr.	69,8%	47,9%

# INVALSI 2015

CLASSE	ITALIANO	MATEMATICA
II primaria	56,4 %	54,2%
V primaria	56,6%	54,2%
III sec. di 1° gr.	59,1%	52,7%
II sec. di 2° gr.	54,8%	42,9%



# INVALSI 2017

<b>CLASSE</b>	<b>ITALIANO</b>	<b>MATEMATICA</b>
II primaria	41,7 %	52,4%
V primaria	55,8%	53,9%
III sec. di 1° gr.	61,9%	50,6%
II sec. di 2° gr.	57,2%	47,9%

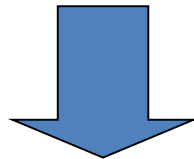
# Quanti sono i bambini con difficoltà in matematica?

In Italia (scuola primaria):

**5** bambini per classe con **difficoltà di calcolo**

**5 - 7** bambini per classe con **difficoltà di soluzione dei problemi**

(ogni classe 25 alunni circa)

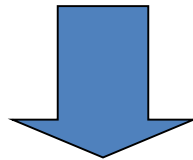


+ 20% della popolazione scolastica

**IARLD**

**(International Academy for Research in Learning Disabilities)**

**Discalculia: 2 bambini su 1000**



**19,8 % della popolazione scolastica = falsi positivi**

# Disturbo vs difficoltà

## Disturbo di Calcolo

Basi neurologiche

Comorbidità

- dislessia  
- difficoltà nella  
soluzione di  
problemi

Specificità

appare in condizioni di  
adeguate abilità generali  
e di adeguato  
apprendimento in altri  
ambiti

Resistente all'intervento e all'automatizzazione

## Difficoltà di Calcolo

- non innata
- modificabile con interventi mirati
- automatizzabile, anche se in tempi dilatati

L'intervento ottiene buoni risultati  
in breve tempo

# PROCEDURE DIAGNOSTICHE E STRUMENTI PER LA VALUTAZIONE DELLE ABILITA' DI CALCOLO

**Problema 1:** distinguere una semplice difficoltà o ritardo di apprendimento da una condizione di disturbo.

**Problema 2:** le prestazioni nel calcolo risentono delle caratteristiche e dei contenuti dell'insegnamento molto di più rispetto ad abilità come la lettura e l'ortografia.

Per distinguere un disturbo da una difficoltà di calcolo è necessario:

- Cadute selettive o generalizzate in uno dei test appositamente predisposti per una indagine clinica (ABCA, BDE, DT)
- 'Resistenza al trattamento', ovvero carattere di stabilità delle difficoltà rilevate.

## POTENZIAMENTO COGNITIVO

Deriva dal concetto di  
SVILUPPO PROSSIMALE di  
Vygotskij



spazio tra il livello  
di sviluppo attuale  
del bambino (la sua capacità  
di soluzione di problemi)  
ed il suo livello di sviluppo potenziale  
(la sua capacità  
di soluzione di problemi  
con l'assistenza di un adulto)

## Cosa è il potenziamento (empowerment)?

- Empowerment significa acquisizione di un senso personale di “potere”, allo scopo di sentirsi responsabili del proprio apprendimento.

Concretamente questo vuol dire:

1. Sapersi automotivare anche dopo l'insuccesso;
2. Sviluppare la conoscenza l'automonitoraggio e l'uso autoregolato di strategie di comprensione e studio;
3. Possedere convinzioni e percezioni di sé adeguate che sostengono l'intero processo di “risollevarsi” dopo il fallimento.

**POTENZIAMENTO** = Intervento che favorisce il normale sviluppo di una funzione non ancora emersa; sviluppare le proprie potenzialità

**RIABILITAZIONE** = in relazione col disturbo:

- riacquistare una capacità che si ritiene perduta
- reperire formule facilitanti e/o alternative



# FASI PER IL POTENZIAMENTO

- 1) Conoscere lo sviluppo tipico
- 2) Analisi del profilo individuale
- 3) Potenziamento dominio specifico

=

Facilitare per ogni competenza la conquista della fase successiva di sviluppo

# Il ruolo dell'insegnante:

- L'insegnante media l'apprendimento: fornisce **sostegno** agli alunni attraverso l'interazione sociale nel momento in cui essi costruiscono in modo cooperativo consapevolezza, conoscenze e competenze
- L'insegnante è flessibile: modifica i suoi interventi in funzione dei feedback che provengono dai bambini impegnati nell'attività di apprendimento
- La quantità di sostegni forniti dall'insegnante è variabile, da direttive molto esplicite a vaghi accenni

# EMPOWERMENT E APPROCCIO METACOGNITIVO

- Empowerment è favorito da un approccio **metacognitivo**
- Strategie non devono essere presentate come “*regole*” ma suggerite ed implementate nelle situazioni concrete di studio e verifica
- Strategie devono essere presentate come spunto per migliorare il metodo di studio preesistente in modo da acquisire un senso di controllo nelle situazioni di studio

## CREDENZE DISFUNZIONALI SULLA DISCIPLINA

È opinione comune che «per la matematica bisogna essere portati»

- C'è chi possiede doti matematiche e chi no. Chi non le possiede farà una gran fatica per riuscire in matematica e non raggiungerà mai i più alti livelli.
- Contrariamente, chi possiede doti matematiche capirà con facilità anche i concetti più complessi e riuscirà bene anche con poco impegno.

Ma davvero è così?

**TEORIA ENTITARIA** (bravi si nasce)



Dimostrare che si è bravi



Ottenere giudizi positivi



Obiettivi alla prestazione (per gli altri)

**TEORIA INCREMENTALE** (bravi si diventa)



Accrescere le proprie abilità



Ottenere miglioramenti ed apprendimenti



Obiettivi alla padronanza (per se')

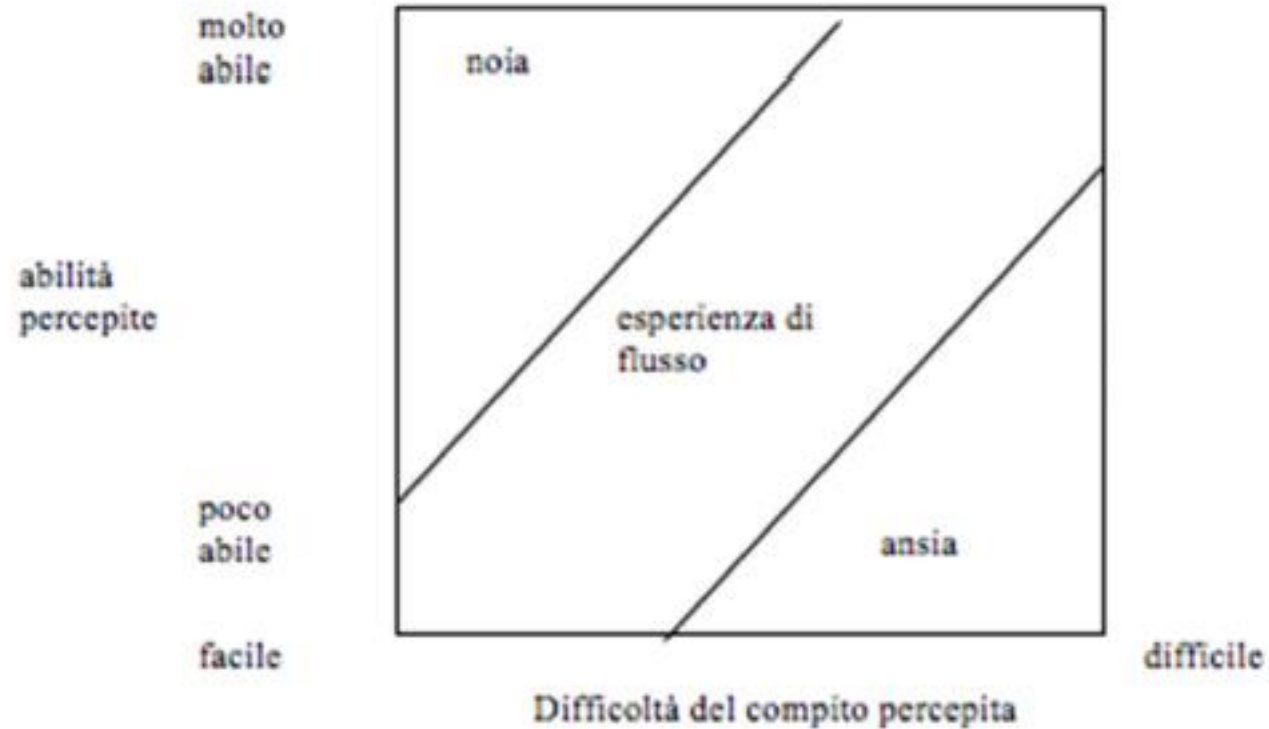
# IL DIRITTO DI SBAGLIARE

- Concedere la possibilità di sbagliare e incoraggiare a intraprendere i compiti, anche quelli che possono risultare più ostici, accompagnando con un clima di fiducia, anziché di giudizio, il processo di apprendimento.
- Fare degli eventuali insuccessi delle possibilità per imparare i concetti e le procedure, ma anche per sviluppare quel senso di fiducia nelle proprie possibilità, senza il quale l'alunno può ritrovarsi a non volere nemmeno provare ad affrontare i compiti.

Vale la «regola del 3»:

provaci almeno 3 volte in autonomia; se non ce la fai, chiamami

# FLOW E MATEMATICA



Si tratta di arrivare ad un giusto incrocio fra le proprie abilità, così come sono percepite, e le richieste o difficoltà poste dal compito

# IL PROBLEM SOLVING

Risolvere problemi significa trovare una strada per uscire da una difficoltà, una strada per aggirare un ostacolo, per raggiungere uno scopo che non sia immediatamente raggiungibile. Risolvere problemi è un'impresa specifica dell'intelligenza e l'intelligenza è il dono specifico del genere umano.

Si può considerare il risolvere problemi come l'attività più caratteristica del genere umano.

G. POLYA (1887/1985)

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

K. DUNCKER (1903/1940)



Secondo gli psicologi della Gestalt, il processo di risoluzione di un problema implica un processo di **RISTRUTTURAZIONE** degli elementi del problema. Ossia la soluzione può essere trovata solo dopo un cambiamento di prospettiva.

Il pensiero ed il problem solving non sono allora la semplice somma di stimolo-risposta, ma deve in qualche modo avvenire una percezione globale del problema come totalità funzionale.

Il problema, cioè, diventa comprensibile e risolvibile proprio perché i rapporti tra gli elementi in gioco improvvisamente si mostrano agli occhi dell'individuo in tutta la loro evidente chiarezza.

Questo fenomeno, vitale per l'evoluzione del processo di pensiero, fu indicato dai gestaltisti con il termine di **EINSICHT** o, in inglese, **INSIGHT** che letteralmente significa “vedere dentro”, cioè intuire.

Un ostacolo alla soluzione del problema può essere dato dal fissare l'attenzione su una sola funzione di un elemento del problema, ovvero dalla cosiddetta 'fissità funzionale'.

Un altro tipo di difficoltà, correlata con la fissità funzionale, consiste nell'auto-porsi dei limiti non necessari.

# Problema

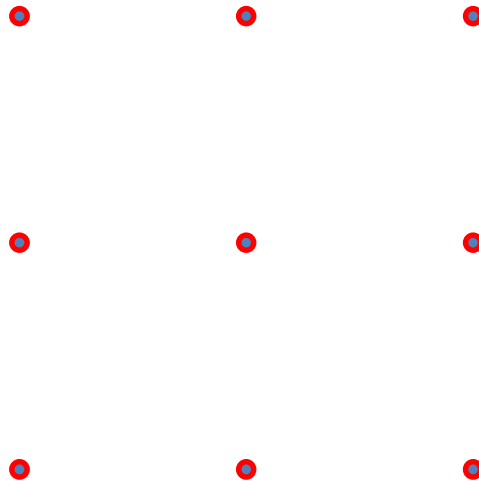
Dal soffitto di una stanza pendono 2 corde che devono essere annodate insieme, ma sono così distanti l'una dall'altra che una persona non è in grado di afferrarle contemporaneamente. Tra gli oggetti presenti nella stanza, vi sono:

- Una sedia
- Dei fogli di carta
- Un paio di pinze

Domanda: come faccio ad annodarle? Qual è l' **EINSICHT** ?

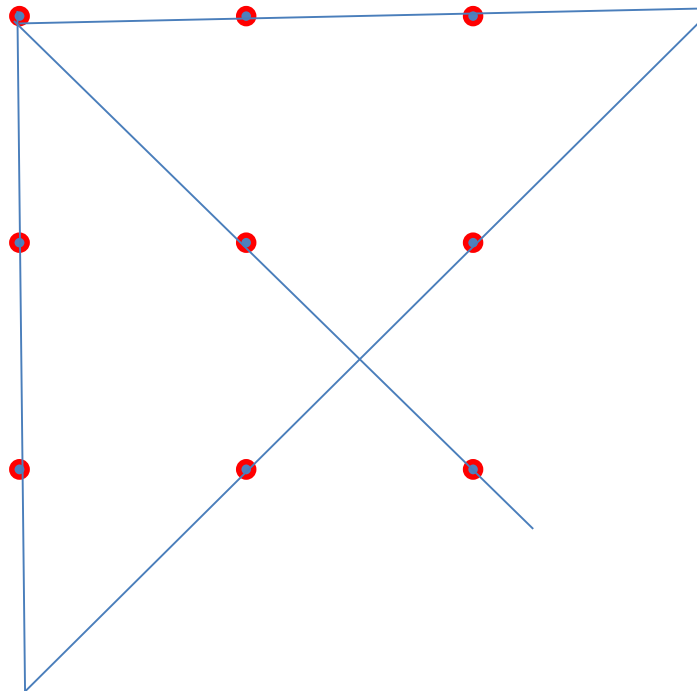
## PROBLEMA DEI 9 PUNTI DI MAIER

Unisci i 9 punti con 4 segmenti senza staccare la penna dal foglio



# PROBLEMA DEI 9 PUNTI DI MAIER

Unisci i 9 punti con 4 segmenti senza staccare la penna dal foglio



# CHI È IL BRAVO SOLUTORE DI PROBLEMI?

- Ha motivazioni
- Ha abilità metacognitive
- Ha convinzioni 'vincenti'
- Ha un buon senso di auto-efficacia
- Ha le conoscenze necessarie
- Ha un repertorio di euristiche (POLYA)





# Strategie per una didattica inclusiva della matematica

## Innanzitutto:

- Fornire degli **anticipatori** prima di spiegare
- Il catalizzatore della conoscenza è la **relazione** con l'alunno (warm cognition)
- E' provato scientificamente che è più efficace un sorriso di 78 rimproveri

- Ogni 45/50 min. di lezione va dato il permesso di alzarsi e sgranchirsi le gambe
- L'apprendimento tra pari va FAVORITO, ad esempio dedicando gli ultimi 10 minuti della lezione a fare i compiti per casa
- Lavorare sempre, come diceva Vygotskij, nella zona di apprendimento prossimale.

L'insegnante deve fornire agli studenti con gravi difficoltà in matematica un *kit di partenza* di cui sembrano privi, che permetta loro di acquisire un più raffinato concetto numerico e le conoscenze che da soli non riescono a interiorizzare.

Quindi un metodo didattico:

1. Basato su una comprensione ragionata
2. Strutturato con cura
3. Che incoraggi l'attiva partecipazione degli allievi
4. Che renda l'apprendimento della matematica una esperienza positiva.

# 1. Insegnamento fondato su una comprensione ragionata

L'apprendimento mnemonico e meccanico di procedure non è d'aiuto agli studenti discalculici (e neanche a quelli con difficoltà in matematica),

Essi non ricordano i fatti e le procedure apprese meccanicamente, avendo un concetto del numero deficitario. Sono vuoti di significato e pertanto impossibili da memorizzare.

## *Apprendimento concreto*

E' importante ancorare le procedure a esperienze comuni (per es. la divisione come ripartizione in parti uguali) e fare ampio uso di strategie di metacognizione.

## *Linguaggio trasparente*

Privilegiare un linguaggio quotidiano, semplice e trasparente e reiterare le spiegazioni fino a che si è certi che gli allievi ne abbiano capito il significato.

## 2. Insegnamento strutturato

### *Insegnare le basi*

Bisogna trovare il modo di partire da quello che gli allievi sanno già (in genere poco),

### *Procedere a piccoli passi*

Strutturare la didattica in piccoli passi progressivi, tenendo presente che talvolta potrebbe essere necessario ricominciare più volte dall'inizio.

### *Limitare i carichi di memoria*

Almeno inizialmente i programmi devono essere pianificati in piccole unità

### *Offrire un programma di insegnamento intensivo e ciclico*

Far esercitare il più possibile gli allievi nelle abilità numeriche attraverso giochi semplici e veloci

### *Guidare gli allievi dal lavoro concreto al lavoro astratto*

### 3. Apprendimento attivo

Per gli allievi con discalculia o difficoltà in matematica, la maggior parte degli insegnanti parla troppo quando tenta di aiutarli. In questi casi l'alunno diventa passivo, tende a smettere di pensare e non ascolta più.

Invece, il PORRE DOMANDE dovrebbe essere la chiave dell'intero processo didattico con cui l'insegnante aiuta gli allievi a comprendere i fatti e le procedure.

Nell'usare le domande, l'insegnante deve avere cura di

- Formularle in modo da aiutare ad acquisire nuove conoscenze
- Porne in numero sufficiente ad aiutare gli alunni a consolidare le loro conoscenze
- Usarle per monitorare i progressi e verificare l'acquisizione di specifiche abilità

Nel lavoro astratto, dopo aver proposto problemi orali o scritti, si dovrebbero invitare gli alunni a spiegare come sono arrivati alla soluzione con domande come: «che cosa hai fatto?» oppure «che ragionamento hai seguito?»

Possibilmente, non dovrebbe essere detto se una soluzione è giusta o sbagliata fino a quando l'alunno non ha spiegato cosa ha fatto.

Operando in questo modo, lo studente con discalculia o difficoltà è più gratificato se la risposta è corretta, oppure scopre da solo dove ha commesso un errore e riesce ad autocorreggersi.



## 4. Esperienze positive di insegnamento e apprendimento

E' molto importante per gli allievi discalculici o con difficoltà in matematica che si mettano in evidenza i loro aspetti positivi. Le loro fragili conoscenze fanno sì che, nonostante il loro impegno, vadano spesso in confusione.

### *Dare aiuto e fiducia*

Va creato un clima positivo all'interno della classe. Gli alunni vanno rassicurati e va detto loro che si rispetteranno i loro tempi di apprendimento, essendo la matematica una disciplina difficile (...).

### *Concedere tempo per pensare*

### *Rendere varie le lezioni*

Sarebbe bene prevedere da un minimo di 3 a un massimo di 5 attività. Si possono variare le difficoltà, ad esempio far seguire a un lavoro difficile uno più facile per consolidare gli apprendimenti.

### *Strutturare la difficoltà del lavoro*

Iniziare sempre con domande a cui gli allievi possano rispondere con relativa facilità, per poi diventare gradualmente più difficili, anche se sempre accessibili.

### *Assicurarsi che gli allievi ricevano un sostegno adeguato*

Le consegne per casa devono essere strutturate in modo che possano svolgere autonomamente i compiti assegnati. Anche qui ha un ruolo chiave l'apprendimento tra pari.

### *Cogliere i segnali*

L'insegnante deve stare sempre attento allo «stato di apprendimento» degli alunni discalculici o con difficoltà. In particolare deve:

- «ripristinare» qualsiasi nozione matematica, senza mostrare alcun giudizio o irritazione
- essere pronto ad interrompere qualsiasi attività se gli alunni appaiono molto confusi o agitati
- in quest'ultimo caso, optare per compiti noti o giochi che gradiscono

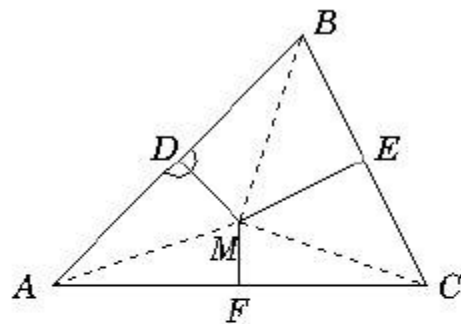
$$13+3 \times 5-2 \times 4+6:3-(2 \times 5-4)-2 \times 3+4$$

## DISEQUAZIONI

- Mario va in vacanza in una località sciistica. Per usufruire degli impianti di risalita (funivia, seggiovia...), può scegliere tra due offerte A e B, entrambe valide per tutta la stagione invernale.
- OFFERTA A: costo iniziale fisso 100 euro più 15 euro per ogni giornaliero (ossia per ogni giorno in cui si usano gli impianti di risalita)
- OFFERTA B: 30 euro senza giornaliero (senza costo iniziale)
- a) Dopo quanti giorni comincia ad essere più conveniente l'offerta A
- b) Sapendo che molti turisti stanno una settimana, come deve variare il costo giornaliero dell'offerta B in modo tale che A sia più conveniente esattamente dopo 5 giorni? (dalla Prova Invalsi 2011/2012 classi seconde)

## SISTEMI LINEARI

- In una stalla ci sono polli e conigli; si contano 36 teste e 90 zampe. Quanti sono i polli e quanti i conigli ?)
- In un Garage ci sono Auto, Moto e Motocarrozze (queste ultime hanno tre ruote). Mio fratello Giggi ha detto che le Auto sono il triplo delle moto e che queste ultime sono il doppio delle Motocarrozze. Poi ha aggiunto che le ruote , in tutto, sono 279. Quante sono le Auto ? E le Moto ? E le motocarrozze ?
- Tre mele e quattordici pere pesano 1kg e 220 grammi. Sette mele e tre pere pesano, invece, 770 grammi . Ogni mela ha lo stesso peso. Ogni pera ha lo stesso peso. Quanto pesa una mela ? Quanto pesa una pera



Teorema: Il punto di intersezione delle tre perpendicolari ai punti mediani dei lati di un triangolo è il centro del cerchio circoscritto.

#### DIMOSTRAZIONE 1 (dall'alto)

Che cosa significa 'centro del cerchio circoscritto'?

E' evidentemente il punto in cui la distanza dai tre vertici è uguale; quindi:  
 $MA = MB = MC$ .

Bisognerebbe dimostrarlo.

MA e MB sono lati dei triangoli MAD e MBD. Quindi si dovrebbe (se possibile) dimostrare che questi triangoli sono uguali.

In effetti  $AD = BD$ , inoltre  $\angle MDA = \angle MDB = 90^\circ$  (per ipotesi). Quindi i triangoli, avendo il lato MD in comune, sono uguali, quindi  $MA = MB$ , ecc.

#### DIMOSTRAZIONE 2 (dal basso)

Collego il punto di intersezione delle tre perpendicolari, M, con A, B, e C e considero (dapprima) i triangoli MAD e MBD.

Qui  $AD = BD$ ; inoltre  $\angle MDA = \angle MDB = 90^\circ$  (per ipotesi). Quindi i due triangoli, avendo il lato MD in comune, sono uguali.

Quindi  $MA = MB$ , ecc.

Ciò significa allora che M è il centro del cerchio circoscritto.



GIA' TUTTE QUESTE OPERAZIONI SONO DEI MIRACOLI. PRENDI DUE NUMERI, LI AGGIUNGI E MIRACOLOSAMENTE DIVENTANO UN NUOVO NUMERO! NESSUNO DICE COME SUCCEDDE.



Guido Dell'Acqua

Ufficio IV

Direzione Generale per lo Studente, l'Integrazione e la  
Partecipazione

[guido.dellacqua@istruzione.it](mailto:guido.dellacqua@istruzione.it)

06.5849.3604